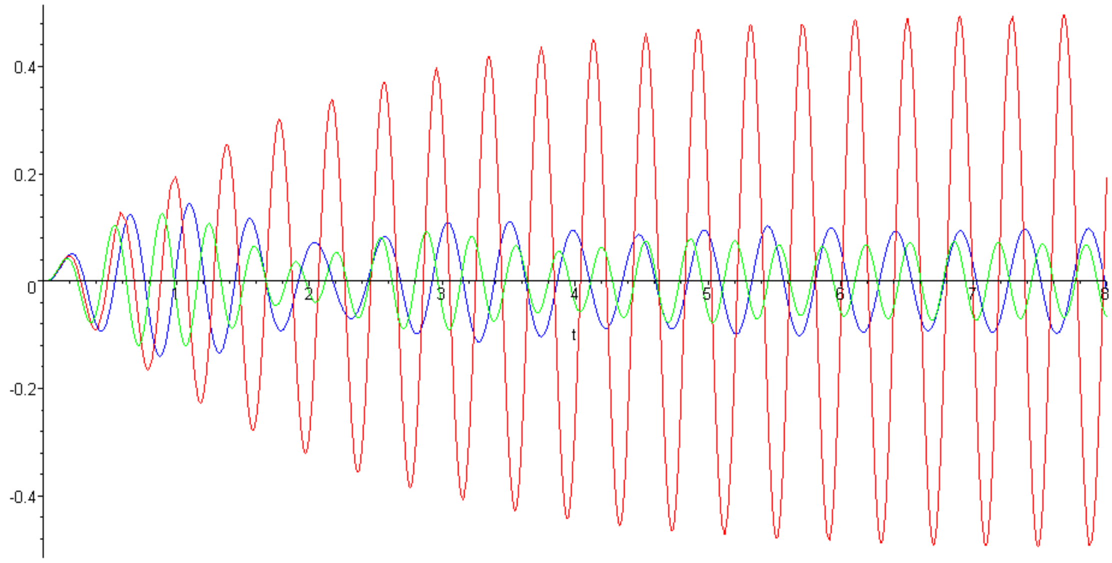
Cimentación de Máquinas Vibrantes

Ejemplos



Estos ejemplos son continuación de la guía de "Guía de cimentaciones para maquinas vibrantes" que puede encontrar en la web de www.areadecalculo.com

Ejemplo 1: comprobación dinámica

Del libro "Design of structures and foundations for vibrating machines, Suresh Arya, Michael O'Neill, George Pincus " MODIFICADO EL AMORTIGUAMIENTO
- Se han cambiado las unidades a S.I. y simplificado.
- Solo se considera el movimiento vertical.
- No se hacen las comprobaciones estáticas.

Datos de la cimentación

Altura de la cimentación $\boxed{alto_{cim} := 1.524 \cdot m}$

Largo de la cimentación $\boxed{largo_{cim} := 8.382 \cdot m}$

Ancho de la cimentación $\boxed{ancho_{cim} := 4.8 \cdot m}$

Masa de la cimentación
+
masa de la máquina $\boxed{masaTotal := 173.417 \cdot tonne}$

$vol_{cim} := ancho_{cim} \cdot alto_{cim} \cdot largo_{cim}$ $\boxed{vol_{cim} = 61.316\, m^3}$

$masa_{cim} := vol_{cim} \cdot 2.4 \cdot \frac{tonne}{m^3}$ $\boxed{masa_{cim} = 147.158\, tonne}$

Características del suelo

Módulo de elasticidad transversal
(se usa para obtener "k" que en este ejemplo es dato) $\boxed{G_{coef} := 9.653 \cdot \frac{kN}{m^2}}$

Coeficiente de Poisson $\boxed{\nu_{libro} := 0.35}$

Módulo de compresibilidad $\boxed{k_{coef} := 2.228 \cdot 10^6 \cdot \frac{kN}{m}}$

Amortiguamiento total
(del suelo + geométrico) $\boxed{\xi_{coef} := 0.981}$

Características de la máquina

Frecuencia de funcionamiento $\boxed{\omega rpm_{maquina} := 585 \cdot \frac{rad}{min}}$

$\omega rpm_{maquina} \cdot 2 \cdot \pi = 61.261 \frac{1}{s}$

Fuerza vertical $\boxed{fuerza := 6 \cdot kN}$

Comprobación de Frecuencias

$\omega rpm_{propia} := \frac{60 \cdot s \cdot rad}{2 \cdot \pi \cdot min} \cdot \sqrt{\frac{k_{coef}}{masaTotal}}$ $\boxed{\omega rpm_{propia} = 1.082 \times 10^{3} \frac{rad}{min}}$

$\omega rpm_{propia} \cdot 2 \cdot \pi = 113.347 \frac{1}{s}$

debe ser menor que $0.8 \cdot \omega rpm_{propia} = 865.911 \frac{rad}{min}$

$\omega rpm_{maquina} = 585 \frac{rad}{min}$

o mayor que $1.2 \cdot \omega rpm_{propia} = 1.299 \times 10^{3} \frac{rad}{min}$

Factor de amplificación "M"

$r := \frac{\omega rpm_{maquina}}{\omega rpm_{propia}}$ $r = 0.54$

$M := \frac{1}{\sqrt{\left(1 - r^{2}\right)^{2} + \left(2 \cdot \xi_{coef} \cdot r\right)^{2}}}$ $\boxed{M = 0.784}$ debe ser menor que 1.5

Desplazamiento

$$\frac{fuerza \cdot M}{k_{coef}} = 2.112 \times 10^{-3}\,mm$$

Otros factores

Coeficiente de amortiguación para la ecuación diferencial:

$$\omega_{propia} := \omega rpm_{propia} \cdot (2 \cdot \pi) \qquad \omega_{propia} = 113.347\,\frac{1}{s}$$

$$\xi_{coef} = 0.981$$

$$c_{coef} := 2 \cdot \xi_{coef} \cdot \omega_{propia} \cdot masaTotal$$

$$c_{coef} = 3.857 \times 10^{4}\,\frac{1}{s}\,tonne$$

$$c_{coef}^{2} = 1.487 \times 10^{15}\,\frac{kg^{2}}{s^{2}}$$

$$4 \cdot k_{coef} \cdot masaTotal = 1.545 \times 10^{15}\,\frac{kg^{2}}{s^{2}}$$

Ejemplo 2: Oscilaciones forzadas con diferentes amortiguamientos

Vamos a probar dos amortiguamientos diferentes para el problema planteado en el ejemplo 1. un amortiguamiento corresponde al interno del terreno y el otro, al final, resultado de los materiales y del tipo de cimentación, y muy próximo a 1.

Con Mathcad

Las características geométricas de la cimentación no cambian respecto al ejemplo anterior. Tampoco cambian las de l máquina.

Características del suelo

Módulo de elasticidad transversal (se usa para obtener "k" que en este ejemplo es dato)

$$\boxed{G_{coef} := 9.653 \cdot \frac{kN}{m^2}}$$

Coeficiente de Poisson

$$\boxed{\nu_{libro} := 0.35}$$

Módulo de compresibilidad

$$\boxed{k_{coef} := 2.228 \cdot 10^6 \cdot \frac{kN}{m}}$$

Amortiguamiento interno

$$\boxed{\xi_{interno} := 0.05}$$

Amortiguamiento total (del suelo + geométrico)

$$\boxed{\xi_{coef} := 0.981}$$

Estudio de los amortiguamentos

$$\xi_{vector} := \begin{pmatrix} \xi_{interno} \\ \xi_{coef} \end{pmatrix}$$

Comprobación de Frecuencias

$$\omega rpm_{propia} := \frac{60 \cdot s \cdot rad}{2 \cdot \pi \cdot min} \cdot \sqrt{\frac{k_{coef}}{masaTotal}} \qquad \omega rpm_{propia} = 1.082 \times 10^{3}\ \frac{rad}{min}$$

Factor de amplificación "M"

$$r := \frac{\omega rpm_{maquina}}{\omega rpm_{propia}} \qquad r = 0.54$$

$$M := \frac{1}{\sqrt{\left(1 - r^{2}\right)^{2} + \left(2 \cdot \xi_{vector} \cdot r\right)^{2}}} \qquad M = \begin{pmatrix} 1.409 \\ 0.784 \end{pmatrix}$$

debe ser menor que 1.5

Desplazamiento

$$\frac{fuerza \cdot M}{k_{coef}} = \begin{pmatrix} 3.793 \times 10^{-6} \\ 2.112 \times 10^{-6} \end{pmatrix} m$$

Otros factores

Coeficiente de amortiguación para la ecuación diferencial:

$$\omega_{propia} := \omega rpm_{propia} \cdot (2 \cdot \pi) \qquad \omega_{propia} = 113.347\ \frac{1}{s}$$

$$c_{coef} := 2 \cdot \xi_{vector} \cdot \omega_{propia} \cdot masaTotal$$

$$c_{coef} = \begin{pmatrix} 1.966 \times 10^{3} \\ 3.857 \times 10^{4} \end{pmatrix} \frac{1}{s}\, tonne \qquad c_{coef}^{2} = \begin{pmatrix} 3.864 \times 10^{12} \\ 1.487 \times 10^{15} \end{pmatrix} \frac{kg^{2}}{s^{2}}$$

$$4 \cdot k_{coef} \cdot masaTotal = 1.545 \times 10^{15}\ \frac{kg^{2}}{s^{2}}$$ debe ser mayor que c_{coef}^{2}

Con Maple

Basado en la práctica del departamento de Mecánica Computacional de la ETSICCP de Madrid y en los resultados anteriores obtenidos con Mathcad.

Se define la ecuación diferencial y se asigna a `oscilforc`:

```
> oscilforc:=m*diff(x(t),t$2)+c*diff(x(t),t)+k*x(t)=q*sin(Omega*t);
```

$$oscilforc := m\left(\frac{d^2}{dt^2}\mathrm{x}(t)\right) + c\left(\frac{d}{dt}\mathrm{x}(t)\right) + k\,\mathrm{x}(t) = q\sin(\Omega\ t)$$

Con la instrucción dsolve se obtiene la solución general de la ecuación diferencial:

```
> dsolve(oscilforc);
```

$$\mathrm{x}(t) = \mathbf{e}^{\left(-\frac{(c-\sqrt{c^2-4\,k\,m})\,t}{2\,m}\right)}\_C2 + \mathbf{e}^{\left(-\frac{(c+\sqrt{c^2-4\,k\,m})\,t}{2\,m}\right)}\_C1 - \frac{q\,((-k+\Omega^2\,m)\sin(\Omega\ t)+\Omega\ \cos(\Omega\ t)\,c)}{\Omega^4\,m^2+(c^2-2\,k\,m)\,\Omega^2+k^2}$$

Con la instrucción assume se impone la condición de que el amortiguamiento sea subcrítico:

```
> assume(c**2<4*k*m);
```

A solgen se le asigna la solución general de la ecuación diferencial en la hipótesis de amortiguamiento subcrítico (obsérvese que en este caso el programa aplica la formula de Euler y expresa la solución en términos del seno y del coseno)

```
> solgen:=dsolve(oscilforc);
```

$$solgen := \mathrm{x}(t) = \mathbf{e}^{\left(-\frac{c\sim\,t}{2\,m\sim}\right)}\sin\left(\frac{\sqrt{-c\sim^2+4\,k\sim\,m\sim}\ t}{2\,m\sim}\right)\_C2 + \mathbf{e}^{\left(-\frac{c\sim\,t}{2\,m\sim}\right)}\cos\left(\frac{\sqrt{-c\sim^2+4\,k\sim\,m\sim}\ t}{2\,m\sim}\right)\_C1$$

$$-\frac{((\Omega^2\,m\sim-k\sim)\sin(\Omega\ t)+c\sim\,\Omega\ \cos(\Omega\ t))\,q}{\Omega^4\,m\sim^2+(-2\,k\sim\,m\sim+c\sim^2)\,\Omega^2+k\sim^2}$$

Obsérvese como las variables m, c y k, a las que se les ha impuesto una restricción mediante asume en lo sucesivo se denotan seguidas de una tilde: m~, c~ y k~
En la siguiente instrucción se define la función `xtran` aplicando la instrucción unapply, con el argumento t para indicar que es función del tiempo, al lado derecho de la igualdad (operador rhs) que se ha asignado anteriormente a solgen:

```
> xtran:= unapply(rhs(solgen),t):
```

A continuación se define la función correspondiente a la solución de régimen permanente. Para ello, con op(3,xtran(t)), se selecciona el tercer sumando de xtran(t), y con unapply(*,t) se establece que la función depende del tiempo:

```
> xperm:=unapply(op(3,xtran(t)),t):
```

Los datos según el S.I. de unidades:

```
> k:=2228000:
> masa:=173:
> q:=6:
> OmegaPropia:=sqrt(k/masa); evalf(OmegaPropia);
```

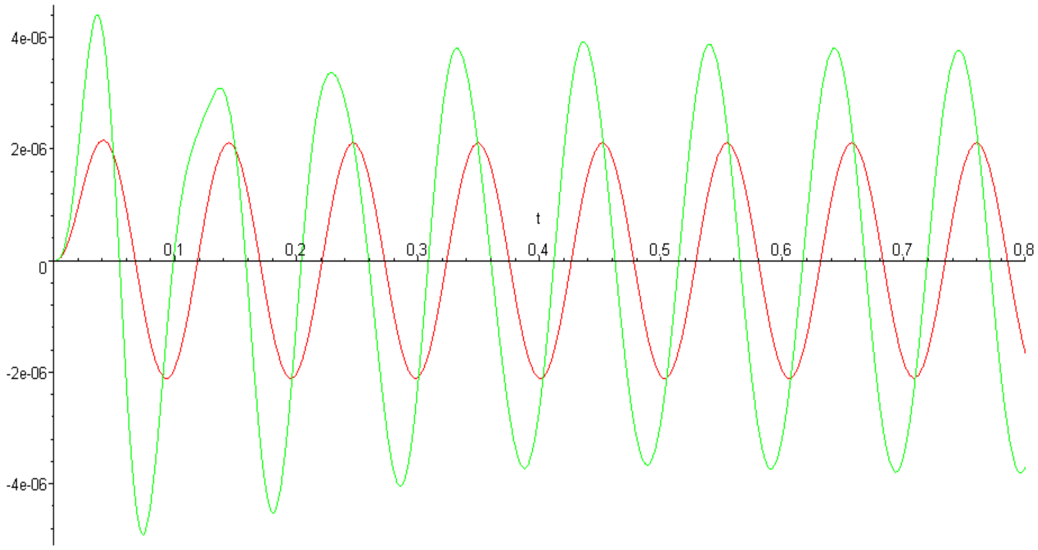
$$OmegaPropia := \frac{20\sqrt{963610}}{173}$$

$$113.4839756$$

Se vuelve a resolver la ecuación diferencial pero considerando ahora en dsolve las correspondientes condiciones iniciales.

```
> solejA:=dsolve({oscilforc,x(0)=0.0,D(x)(0)=0},x(t)):
> xA:= unapply(rhs(solejA),t):
> xanum := unapply(subs(m=masa, c=1966,  Omega=61.26, xA(t)),t):
> xbnum := unapply(subs(m=masa, c=38570, Omega=61.26, xA(t)),t):

> plot({xanum(t), xbnum(t)},t=0..0.8, color=[green, red, blue]);
```



El gráfico representa los desplazamiento en el tiempo para los dos casos estudiados. En rojo para el amortiguamiento mayor y más realista y en verde el menor.

Conclusiones

Ambos cálculos dan el mismo resultado como era de esperar si la conversión de unidades y de parámetros es correcta.

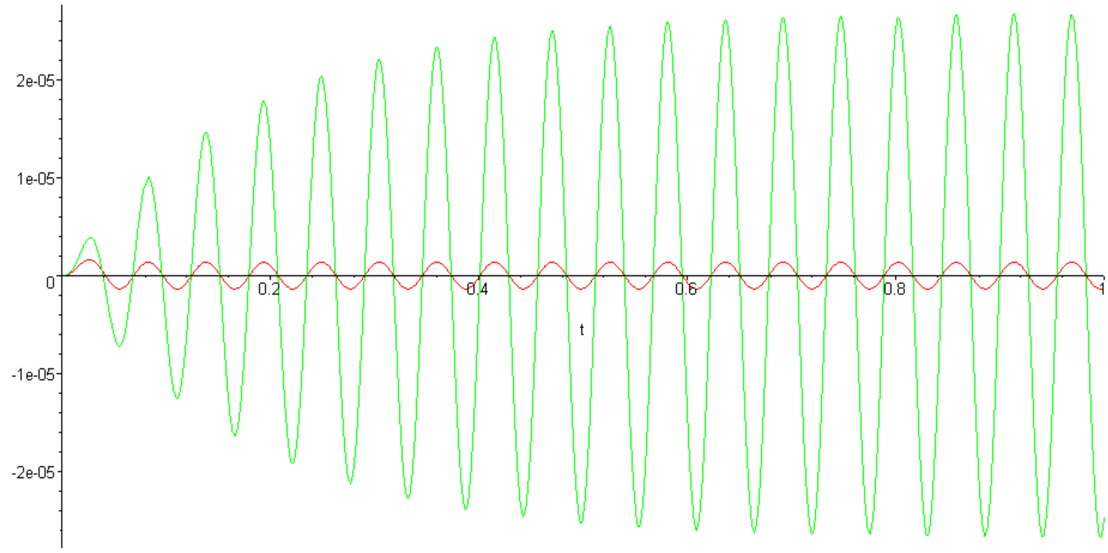
Comprobamos que a pesar de lo diferentes que son los amortiguamientos (uno 20 veces mayor que el otro), los desplazamientos finales no difieren tanto.

En el ejemplo siguiente veremos la influencia del amortiguamiento en el tratamiento de las frecuencias.

Ejemplo 3: Cerca de la frecuencia propia con diferentes amortiguamientos

En este caso, la frecuencia de la máquina coincide prácticamente con la propia del sistema.

```
> xanum := unapply(subs(m=masa, c=1966,  Omega=113.5, xA(t)),t):
> xbnum := unapply(subs(m=masa, c=38570, Omega=113.5, xA(t)),t):
> plot({xanum(t), xbnum(t)},t=0..1, color=[green, red, blue]);
```



Con la amortiguación mayor (curva roja) no se produce una resonancia significativa, lo que indica que con esta amortiguación apenas tenemos que tener cuidado con la frecuencia de funcionamiento de la máquina.

Con la amortiguación menor (curva verde), si se produce un aumento significativo de los desplazamientos máximos respecto a la curva del ejemplo anterior, con una frecuencia más alejada de la propia del sistema.

Para cualquier duda, pueden dirigirse a info@areadecalculo.com