

## 7.- BALANCES EN LA CUBA DE UN HORNO DE Balsa PARA LA ELABORACIÓN DE VIDRIO

### 7.1.- INTRODUCCIÓN

En la Figura 5.4.2.1 se resumen las corrientes de convección principales que determinan el movimiento de la masa del vidrio en la cuba de un horno de balsa.

Recordemos que estamos elaborando un modelo de funcionamiento de hornos en dos dimensiones. Por esta razón, sólo vamos a contemplar los fenómenos que se pueden producir en planos paralelos al que hemos llamado “plano del eje del horno”, considerando que estos fenómenos se repiten de manera idéntica en todos los planos paralelos a este.

Partiendo de estas premisas, delimitamos como *espacio de balances* el confinado entre la superficie del vidrio en la cuba, las paredes de enhorne y el plano del punto caliente, y la solera del horno, dándole a la cuba una anchura unidad alrededor del plano del eje central (plano del papel en la Figura 7.1.1).

Ese espacio a su vez puede subdividirse en tantas partes como deseemos. En una primera aproximación lo dividimos sólo en cuatro partes o *Zonas*, tal y como se indica en la mencionada Figura 7.1.1. A medida que se perfeccione el modelo, este número de partes se puede variar en cantidad y forma hasta el límite de convergencia de los mallados así preparados, como veremos más adelante.

La Zona • queda limitada por el plano correspondiente al *punto caliente*, y el fin de la primera zona, correspondiente a un conjunto  $N_Z$  en que podemos dividir la cuba. En esta primera versión del modelo, el número de zonas se limita a cuatro, aunque no tienen por qué ser iguales, por lo que la longitud de esta zona queda definida por el coeficiente  $(1-F)$ , que representa la fracción de  $L$  tomada por ella:

$$L_1 = L \cdot (1-F)$$
$$L_2 = F \cdot L$$

A la derecha de esta zona (según la figura) como se verá, queda todavía una parte de la cuba cuya función es la de homogeneizar los vidrios obtenidos en la elaboración precedente. No olvidemos la necesidad de que la longitud  $L$  sea  $L = F_f \cdot L_o$ .  $L_o$  es la longitud total de la cuba (es decir, desde los *enhornes* hasta la *garganta*). Por la parte inferior, esta zona está limitada por el “plano neutro” –superficie no necesariamente plana, como ya se vio– en la que, según la teoría de *Sokolov*, el vidrio no se mueve. En esta zona el vidrio se calienta por efecto de la radiación superior, antes de *lamer* inferiormente y a contracorriente, las materias primas enhornadas.

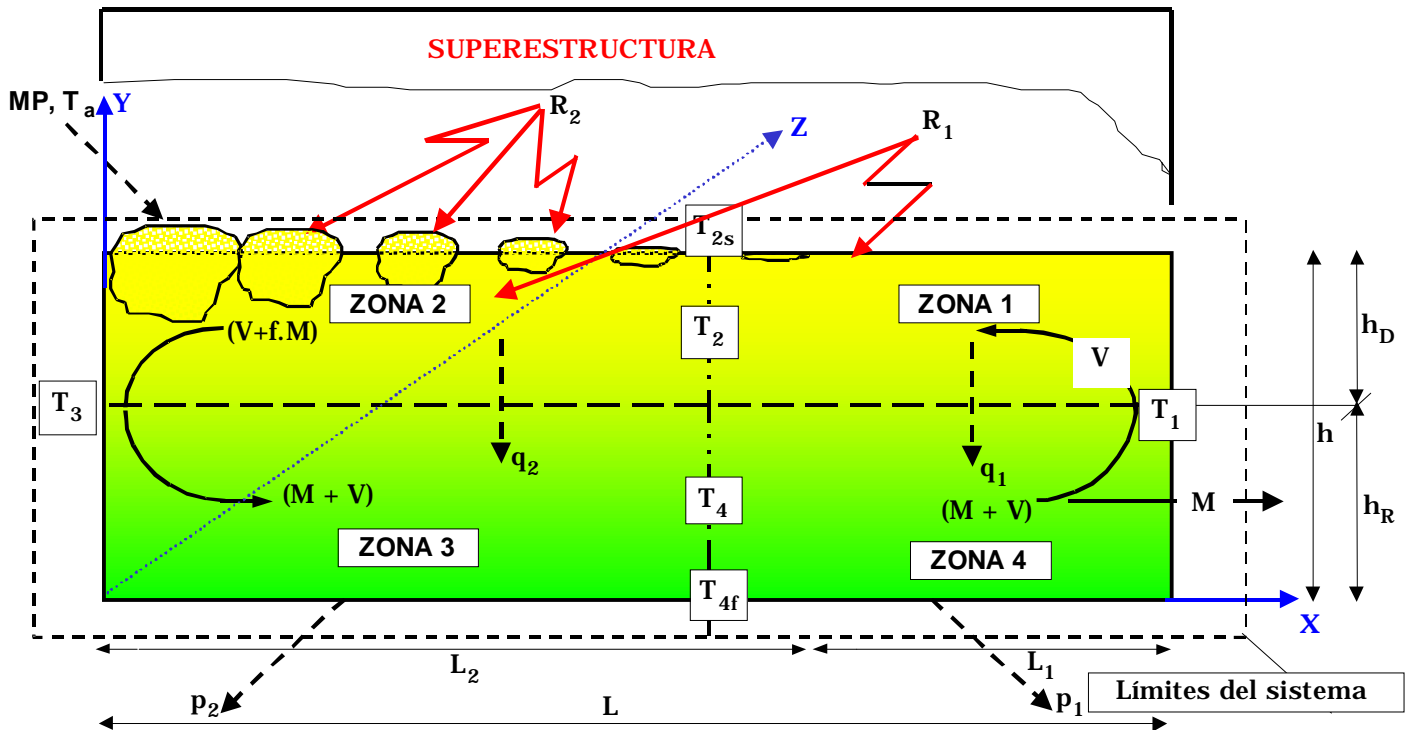


Figura 7.1.1

La Zona 1 está limitada, por su derecha, por la anterior. Por la izquierda su límite es ya la pared de la cuba, en este primer modelo –zona de enhornes–, y por la parte inferior por el plano o superficie neutra. El vidrio contenido en ella se halla enfriado por las materias vitrificables que la sobrenadan. Ambas zonas están sometidas al efecto de la radiación de la superestructura, y ambas comunican calor a las zonas inferiores a través de la superficie neutra. Recordemos lo comentado en §3.5: la superficie cubierta por las materias vitrificables receptoras de la radiación en la Zona 1 queda reducida a una fracción  $F_c$  de la superficie total de fusión. El vidrio calienta y disuelve en parte  $(1-F_d)$  las materias primas, enfriándose. Parte de la superficie del vidrio, al estar descubierta, también recibe radiación directa.

La Zona 2 está limitada, por su izquierda y su parte inferior, por las paredes de la cuba. Por la parte superior por la superficie neutra, y por la derecha por la Zona 4. Es una zona de retorno, calentada por la parte superior, y enfriada por su contacto con las paredes de la cuba por su parte inferior (solera).

La Zona 3 queda limitada por las superficies restantes, como puede apreciarse en la figura. El vidrio es calentado por conducción fotónica principalmente

por la parte superior, en tanto que se enfría también por su contacto con la solera de la cuba.

La simbología de la Figura 7.1.1 puede resumirse así (adoptamos el sistema de unidades físicas c.g.s.):

$R_2$  Radiación desde la superestructura a la mezcla vitrificable, cal/segundo

$R_1$  Radiación desde la superestructura al vidrio de la cuba, cal/segundo

$MP$  Caudal enhornado de materias vitrificables, g/segundo

$M$  Caudal de vidrio producido por el horno, g/segundo

$V$  Caudal de vidrio en convección simple, g/segundo

$q_2$  y  $q_1$  Flujos de calor pasando de una zona a otra, cal/segundo

$p_2$  y  $p_1$  Flujos de pérdidas de calor de las Zonas  $f$  y  $u$  respectivamente, cal/seg.

$L_2$  y  $L_1$  Longitudes de las zonas, cm

$$L = L_1 + L_2 = F_r L_0$$

$h$  Altura de la cuba, cm

$h_D(x)$  Altura de la corriente "directa" hacia los enhornes, cm

$h_R(x)$  Altura de la corriente "de retorno", cm

**NOTA:** Por el momento, no se consideran las componentes de las corrientes de vidrio que, perpendicularmente al eje transversal, van desde este eje hacia las paredes laterales, sumideros de calor debido a las pérdidas de calor a través de esas paredes laterales.

### 7.2.1.- El BALANCE GENERAL DE LA CUBA

Las entalpías del vidrio de la cuba en cada una de las zonas y lugares, se representarán por  $H_x$ . Convenimos que esta entalpía es nula para materias vitrificables a la temperatura de  $0^\circ \text{C}$ :

$$H_x = H_o + \int_{T_a}^x C_p \cdot dT$$

Se suponen definidas las condiciones de radiación de la superestructura y laboratorio de combustión, que permiten establecer cualquier transferencia de calor entre el radiador de calor y los sumideros de la cuba: materias primas o superficie del vidrio. La cantidad de energía comunicada directamente desde el laboratorio de combustión a las materias primas, es conocida e igual a:

$$M \cdot F_d \cdot (H_o + \int_{T_a}^{T_e} C_p \cdot dT) = M \cdot F_d \cdot H_e$$

Una primera condición que deberá cumplirse por lo tanto, es que la curva de temperaturas del radiador (superestructura) sea de tal forma (temperatura  $T(0)$ , ver §3.4.1) que se cumpla que la cantidad de calor radiada desde él hacia las materias vitrificables sea igual a ese valor:

$$(7.2.1.1) \quad R_2 = R[T(0), T_s] \cdot F_r \cdot F_c = M \cdot F_d \cdot (H_o + \int_{T_a}^{T_e} C_p \cdot dT) = M \cdot F_d \cdot H_e$$

Cumplida esa condición, tenemos definida la función  $R[T(0), T_s]$ , que ya sólo depende de las temperaturas del sumidero,  $T_s(x)$ .

*Balance de Energía de la cuba:*

$$(7.2.1.2) \quad R[T(0), T_s(x)] = R_1 + R_2 = M \cdot (H_o + \int_{T_a}^{T_1} C_p \cdot dT) + p_1 + p_2 = M \cdot F_d \cdot H_1 + p_1 + p_2$$

Puesto que  $R_2$  ya es conocido (7.2.1.1), y en consecuencia también la función  $R[T(0), T_s]$ , podemos obtener  $R_1$ :

$$(7.2.1.3) \quad R_1 = M \cdot H_1 + p_1 + p_2 - M \cdot F_d \cdot H_e$$

**NOTA IMPORTANTE:** La resolución de las ecuaciones (7.2.1.1), (7.2.1.2) y (7.2.1.3) supone el conocimiento de la distribución de temperaturas en el sumidero, es decir, en la superficie de las materias vitrificables ( $T_e$ ) y de la superficie del vidrio de la cuba ( $T_s$ ,  $T_1$ , etc.). La primera es conocida gracias a la cinética química del vidrio §2.2. Las segundas no lo son a priori. Es necesario darse unos valores de partida, a partir de los cuales continuar estos cálculos, para luego iterar sobre ellos, como veremos más adelante.

### 7.2.2.- Los Balances parciales

#### 1° ZONA 1:

Balance de Energía:

$$V \cdot H_1 + R_1 \cdot (1 - F) + M \cdot F_d \cdot (1 - F) \cdot H_e = [V + M \cdot F_d(1 - F)] \cdot H_2 + q_1$$

Resultando:

$$H_2 = \frac{V \cdot H_1 + R_1 \cdot (1 - F) + M \cdot F_d(1 - F) \cdot H_e - q_1}{V + M \cdot F_d(1 - F)}$$

.....

2° ZONA 2:

Balance de Energía:

$$R_1 \cdot F + [V + M \cdot F_d(1 - F)] \cdot H_2 + M \cdot F_d \cdot F \cdot H_e = (V + M) \cdot H_3 + q_2$$

Resultando:

$$H_3 = \frac{[V + M \cdot (1 - F) \cdot F_d] \cdot H_2 + R_1 \cdot F + M \cdot F_d \cdot F \cdot H_e - q_2}{V + M}$$

.....

3° ZONA 3

Balance de Energía:

$$(V + M) \cdot H_3 + q_2 = (V + M) \cdot H_4 + p_2$$

Resultando:

$$H_4 = H_3 + \frac{q_2 - p_2}{V + M}$$

.....

4° ZONA 4

El balance de esta zona no puede ser más que la combinación lineal de las ecuaciones precedentes.

Balance de Energía:

$$(V + M) \cdot H_4 + q_1 = (V + M) \cdot H_1 + p_1$$

Resultando:

$$H_1 = H_4 + \frac{q_1 - p_1}{V + M}$$

.....

Realicemos la verificación del "cuadre" de los balances:

$$V \cdot H_1 + R_1 \cdot (1 - F) + M \cdot F_d \cdot (1 - F) \cdot H_e = [V + M \cdot F_d \cdot (1 - F)] \cdot H_2 + q_1 \quad \text{Zona 1}$$

$$R_1 \cdot F + [V + M \cdot F_d \cdot (1 - F)] \cdot H_2 + M \cdot F_d \cdot F \cdot H_e = (V + M) \cdot H_3 + q_2 \quad \text{Zona 2}$$

$$R_1 + V \cdot H_1 + M \cdot F_d \cdot H_e = \cancel{(V + M) \cdot H_3} + q_2 + q_1 \quad \text{Suma (Z1+Z2)}$$

$$\cancel{(V + M) \cdot H_3} + q_2 = (V + M) \cdot H_4 + p_2 \quad \text{Zona 3}$$

$$R_1 + \cancel{V \cdot H_1} + M \cdot F_d \cdot H_e = \cancel{(V + M) \cdot H_4} + p_2 + q_1 \quad \text{Suma (Z1+Z2+Z3)}$$

$$\cancel{(V + M) \cdot H_4} + q_1 = \cancel{(V \cdot H_1 + M \cdot H_1)} + p_1 \quad \text{Zona 4}$$

$$R_1 + M \cdot F_d \cdot H_e = M \cdot H_1 + p_2 + p_1 \quad \text{Suma (Z1+Z2+Z3+Z4)}$$

Obsérvese que la *Suma* ( $Z1+Z2+Z3+Z4$ ) es igual a la ecuación (7.2.1.3) del BALANCE GENERAL DE LA CUBA, como era de esperar.

### 7.3.- LA TRANSMISIÓN DE CALOR ENTRE LAS ZONAS

Hemos utilizado, en la relación de los balances, los valores  $q_1$  y  $q_2$ , que representan el paso de calor entre las zonas superiores (o de la “corriente directa”) a las inferiores (o de corriente “de retorno”). Estos valores dependen de la distribución de las temperaturas entre cada una de esas zonas.

Atendiendo a lo ya expuesto en el Capítulo VI, la conductividad del vidrio a altas temperaturas y para espesores grandes, puede darse bajo una forma simplificada según una expresión del tipo  $k(T) = K \cdot T^n$  ( $T$  en °Kelvin), en la que  $K$  y  $n$  son valores que dependen casi exclusivamente del contenido del vidrio en elementos químicos colorantes, tales como metales de transición u otros.

El flujo de calor que pasará a través de un espesor  $h$  vendrá dado por

$$q = k(T) \frac{dT}{dy}$$

que se integrará dando lugar a:

$$(7.3.1) \quad q = \frac{K}{h \cdot (n+1)} (T_2^{n+1} - T_1^{n+1})$$

Para el caso del vidrio de nuestro ejemplo, si  $h = 100 \text{ cm}$  y  $T_1 = 1.350^\circ\text{C}$  y  $T_2 = 1.500^\circ\text{C}$ , sabiendo que  $k \gg 2,8525 \cdot 10^{-14} \cdot T^{4,1962} \text{ cal/cm} \cdot \text{seg} \cdot ^\circ\text{K}$ , (Capítulo I) resultaría  $q = 1,5376 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{seg}$ .

Ahora vamos a establecer, para este mismo ejemplo, la curva de temperaturas con el espesor:

$$(7.3.2) \quad T_1(y) = \sqrt[n+1]{T_2^{n+1} - \frac{q \cdot y \cdot (n+1)}{K}}$$

en la que sustituimos los valores del ejemplo y obtenemos la Figura 7.3.1, en la que se puede apreciar la pequeña flecha de la curva de temperaturas con el espesor o profundidad. Supongamos que tomamos el valor de  $\kappa$  como el correspondiente al valor medio de las temperaturas, es decir  $1.425^\circ\text{C}$ :

$$k(1.400^\circ\text{C}) \gg 2,8525 \cdot 10^{-14} \cdot 1.698,15^{4,1962} = 1,0206 \text{ cal/cm} \cdot \text{seg} \cdot ^\circ\text{K}$$

$$q = 1,0206 \frac{1.500 - 1.350}{100} = 1,5309 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{seg}$$

en lugar del “exacto”  $1,5376 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{seg}$ . (error de un 0,4%).

### TEMPERATURAS SEGÚN PROFUNDIDAD

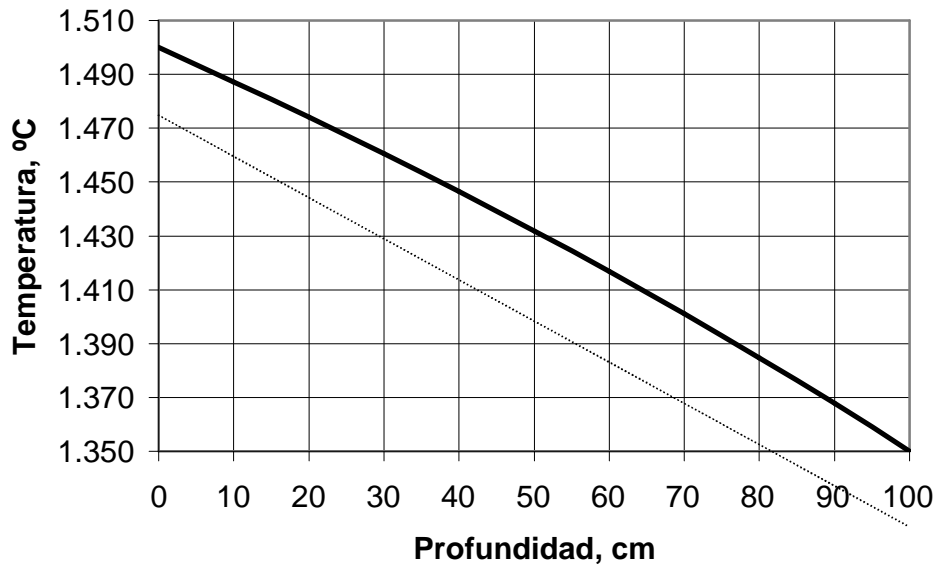


Figura 7.3.1

Y de esta forma además, justificamos desde un punto de vista algo más riguroso, la afirmación hecha en §5.1.

*NOTA: En general, la expresión (7.3.1) puede ser sustituida por la aproximada:*

*$q \gg k \left( \frac{T_1 + T_2}{2} \right) \cdot (T_2 - T_1)$  sin, por ello, cometer grandes errores.*

#### 7.4.- LA RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE BALANCES

Planteadas las ecuaciones correspondientes de los balances en las diferentes zonas en que hemos dividido la cuba, nos hallamos que, en el caso expuesto por ejemplo, el número de ecuaciones independientes es de:

- cuatro, de balance térmico, y
- dos, de transmisión calorífica entre zonas

#### LOS DATOS SON:

- $M$  por ser uno de los datos fundamentales
- $F$  por definición del *mallado* (extremadamente simple en esta versión de este modelo)
- $F_d$  a través del conocimiento de la cinética química
- $R_1$  al conocer el BALANCE GENERAL DE LA CUBA, y dar por sabidas las funciones de distribución de temperaturas en la superficie del sumidero (inicio de iteraciones)
- $H_e$  deducida de las propiedades del vidrio (calor de formación)

LAS INCÓGNITAS SON:

$V$  el caudal de convección del vidrio en la cuba

$q_1, q_2$ , funciones de la distribución de temperaturas

$H_1, H_2, H_3, H_4$ , entalpías que a través de las propiedades conocidas del vidrio (Capítulo I) proporcionan inmediatamente temperaturas de vidrio.

Es decir, un total 7 incógnitas y 6 ecuaciones. Debemos buscar otro conjunto de ecuaciones que nos permitan poder resolver el sistema. Este conjunto nos lo dará el estudio de las corrientes de convección creadas por los gradientes térmicos en la cuba.

En efecto. Para fijar las ideas, tomemos como bueno el modelo de *Sokolov* (con las viscosidades de temperaturas medias, corregidas). Para cada campo de temperaturas (representado por  $H_1, H_2, H_3, H_4$ ) tenemos un campo de viscosidades y de densidades, y por tanto, para cada zona podemos determinar los valores:

$$h_r = h \cdot \left( 1 - \sqrt[4]{\frac{5 \cdot r_d \cdot \bar{m}_r}{r_r \cdot \bar{m}_d}} \right) \text{ y por tanto: } V = \frac{A \cdot (r_1 - r_2) \cdot g}{48 \cdot \bar{m}_r \cdot L} h_r^4 - M$$

en los que sólo figura la incógnita  $V$ . Ya tenemos, por tanto una ecuación más y el sistema puede ser resuelto.

Puesto que hemos partido de una cierta distribución de temperaturas en el vidrio (inicio de las iteraciones), el valor calculado de  $V$  a partir de las mismas no coincidirá con el valor que “cuadra” nuestro balance. Tanteando (iterando) sobre esas temperaturas, daremos con el valor  $V^*$  que define el funcionamiento de la cuba en las condiciones establecidas.

En esta versión del modelo, no se usan las simplísimas ecuaciones de *Sokolov*, sino la versión dada en el Capítulo V del modelo convectivo, algo más evolucionado.

7.5.- LAS TEMPERATURAS EN LOS GASES Y LAS CÁMARAS DE RECUPERACIÓN DE ENERGÍA

Gracias a todos los cálculos que se relatan en este Capítulo nos ha sido posible calcular para un horno dado, con un combustible y comburentes conocidos, para una composición determinada de materias vitrificables, asimismo conocidas y definidas, y para una producción determinada de vidrio:

- a) La distribución de temperaturas de la superestructura del horno
- b) La distribución de temperaturas del vidrio contenido en la cuba, muy particularmente la del que sale como vidrio producido.

Con todo ello podemos calcular el consumo de combustible en régimen permanente, si conocemos el poder de recuperación de los sistemas instalados al efecto.